

УДК/UDC 336.7

Анализ подходов к формированию инвестиционного портфеля по модели Г. Марковица

Скалабан Мария Павловна
магистрант программы «Банки и управление активами»
Санкт-Петербургский государственный экономический университет
г. Санкт-Петербург, Россия
e-mail: skalaban-mariya@mail.ru
SPIN-код: 6590-0323

Никитина Татьяна Викторовна (научный руководитель)
доктор экономических наук, профессор, профессор кафедры банков, финансовых рынков и страхования
Санкт-Петербургский государственный экономический университет
г. Санкт-Петербург, Россия
e-mail: t_nikitina2004@mail.ru
SPIN-код: 4012-1447

Аннотация

В статье проводится анализ исследований, посвященных вопросам формирования портфеля ценных бумаг. Отмечается, что развитие рынка ценных бумаг способствует расширению инвестиционной активности, что предъявляет новые требования к оценке эффективности финансовых вложений. В научной работе описана широко известная математическая модель Марковица в классической постановке, рассмотрены примеры ее реализации зарубежными и отечественными экономистами. Выявлены слабые и сильные стороны модели, а также возможности ее модификации, включающие использование методов робастной оптимизации и линейно-квадратичного управления. Отдельное внимание уделено альтернативным мерам риска, учитывающим негативные отклонения доходности. На основе проведенного анализа сделаны выводы об ограничениях практического применения модели Марковица. Определены направления дальнейшего исследования в этой области.

Ключевые слова: инвестиции, инвестиционный портфель, модель Марковица, оптимизация, фондовый рынок, ценные бумаги.

Review of approaches to the application of H. Markowitz's portfolio selection model

Skalaban Mariya Pavlovna
student in the master's programme "Banking and Asset Management"
St. Petersburg State University of Economics

St. Petersburg, Russia
e-mail: skalaban-mariya@mail.ru
SPIN Code: 6590-0323

Nikitina Tatyana Viktorovna (research advisor)
Doctor of Economics, professor, professor of the Department of Banks, Financial Markets and Insurance
St. Petersburg State University of Economics
St. Petersburg, Russia
e-mail: t_nikitina2004@mail.ru
SPIN Code: 4012-1447

Abstract

The article analyzes studies on the formation of a portfolio of securities. It is noted that the development of the securities market contributes to the expansion of investment activity, which imposes new requirements for assessing the effectiveness of financial investments. The scientific work describes the well-known mathematical model of Markowitz in the classical formulation, examples of its implementation by foreign and domestic economists are considered. Weaknesses and strengths of the model are revealed, as well as the possibility of its modification, including the use of methods of robust optimization and linear-quadratic control. Special attention is paid to alternative risk measures that take into account negative deviations of returns. Based on the analysis carried out, conclusions were drawn about the limitations of the practical application of the Markowitz model. Directions for further research in this area are determined.

Keywords: investments, investment portfolio, Markowitz model, optimization, stock market, financial instruments.

Развитие рынка ценных бумаг способствует расширению инвестиционной активности и вместе с тем предъявляет новые требования к оценке эффективности финансовых вложений. В данном контексте проблема выбора инвестиционного портфеля и стратегии его управления становится одной из наиболее актуальных.

Анализ экономической литературы позволяет определить широкий круг исследований, посвященных проблеме инвестирования в ценные бумаги. Все они условно могут быть разделены на три

группы.

В первую группу входят работы, направленные на выявление факторов, определяющих риск и доходность вложений в финансовые активы. Наиболее известными являются статьи У. Шарпа о модели ценообразования капитальных активов (САРМ) [1], С. Росса о теории арбитражного ценообразования (АРТ) [2] и Ф. Блэка, М. Шоулза об оценке опционов [3].

Вторая группа включает в себя исследования, посвященные разработке и применению моделей, способных дать точные прогнозы цен акций на основе исторических временных рядов. Как правило, в данных статьях рассматриваются возможности применения моделей авторегрессии скользящего среднего типа (ARMA, ARMAX, ARIMA), а также авторегрессионной условной гетероскедастичности (GARCH) [4].

Третью группу исследований составляют работы, в которых описываются методы моделирования и оптимизации инвестиционных портфелей, наиболее известный из которых был предложен американским экономистом Г. Марковицем в статье «Выбор портфеля» (1952) [5]. Остановимся на нем более подробно.

До середины XX в. инвестиционные решения основывались на идентификации отдельных ценных бумаг с наибольшей доходностью и наименьшим риском для последующего включения в инвестиционный портфель. Г. Марковиц разработал методологию, новаторство которой заключалось в диверсификации. Согласно данному подходу, построение портфеля должно производиться после

оценки общего риска, т. е. риска ценных бумаг в совокупности, а не каждой в отдельности [5].

Модель Марковица в классической постановке базируется на двух предпосылках. Во-первых, предполагается, что рынок ценных бумаг является эффективным, т. е. любая новая информация учитывается в ценах финансовых активов. Во-вторых, состав портфеля не меняется с момента формирования и до получения конечного финансового результата. Иными словами, рассматривается пассивное владение, при котором ценные бумаги приобретаются на длительный срок [5]. В противном случае требуется ребалансировка.

Оптимизация портфеля по Марковицу сводится к поиску такого распределения ценных бумаг, при котором достигается наименьший уровень риска при заданном уровне доходности или наибольшая доходность при заданном риске [5].

Несмотря на то, что в настоящее время существует довольно много модификаций модели Марковица, предложенный им метод до сих пор широко используется.

В частности, наглядный пример применения модели продемонстрирован в статье М. Ивановой и Л. Доспатлиева [6]. На основании еженедельных цен закрытия торгов 50 акций, котирующихся на Болгарской фондовой бирже в период с января 2013 г. по декабрь 2016 г., авторами были рассчитаны портфели минимального риска и максимальной доходности по Марковицу. В первый портфель вошли 40 акций. Его средняя недельная доходность составила 0,4% при уровне риска равном 0,8%. Второй портфель

состоял из 27 акций. При этом его доходность достигла 1,1%, а уровень риска — 2,3% в неделю [6]. На основе полученных результатов был сделан вывод об эффективности применения модели для формирования инвестиционного портфеля.

Еще одна попытка реализовать модель Марковица была предпринята в статье С. Виджу и Г. Баоуракиса [7]. В данном исследовании использование методологии построения эффективных портфелей акций осуществлялось в условиях крайне нестабильного рынка, что отражает переходный период, который в настоящее время переживает развивающаяся экономика. Для анализа были использованы ежедневные котировки акций на Бухарестской фондовой бирже. В результате было сформировано несколько оптимальных портфелей минимального риска за 1999, 2000 и 2001 гг. При сравнении доходностей построенных портфелей с индексами ВЕТ-С и ВЕТ было отмечено, что они значительно превосходят рыночную (индексную) [7]. Однако авторы обращают внимание на то, что к полученным результатам следует относиться критически, поскольку инвестиции в развивающиеся рынки сопряжены с высокими валютными рисками и подходят только для долгосрочных вложений.

Пример апробации модели Марковица на российском фондовом рынке представлен в статье Т. В. Никитиной и М. П. Скалабан [8]. В качестве исходных данных для построения портфеля были использованы цены закрытия торгов акций, входящих в состав индекса Мосбиржи на постоянной основе в период с 21.12.2012 по

21.12.2017. В результате оптимизации был сформирован портфель, в состав которого вошли акции 5 из 28 рассматриваемых эмитентов. Срок инвестирования охватывал 2 года: с 22.12.2017 по 20.12.2019. В период с момента покупки акций до их продажи среднегодовая доходность портфеля, построенного по модели Марковица, составила 14,7% и оказалась на 4,4 процентных пункта ниже рыночной при волатильности 15,0% [8].

Таким образом, опыт применения модели Марковица отечественными и зарубежными исследователями показывает, что в инвестиционной практике данный подход не всегда приводит к удовлетворительным результатам. Этому есть несколько причин. Во-первых, достаточно часто объем инвестиций, полученный в результате оптимизации, концентрируется в нескольких (не во всех) ценных бумагах, из-за чего степень диверсификации остается низкой. Во-вторых, при введении ограничений на короткие позиции многие активы из первоначально рассматриваемого набора не попадают в состав оптимизированного портфеля. В-третьих, веса ценных бумаг в портфеле имеют высокую чувствительность к входным данным [9]. В связи с этим расчет ожидаемой доходности и риска имеет основополагающее значение для обоснованности результатов оптимизации портфеля. Неправильное определение этих параметров имеет существенные последствия для распределения долей в портфеле, из-за чего портфели, сформированные по модели Марковица, часто являются неустойчивыми.

Недостатки модели на протяжении долгого времени

представляли широкий интерес в научных кругах. Не случайно в последние десятилетия в экономической литературе было представлено множество подходов, направленных на решение вышеуказанных проблем.

Особого внимания в данном контексте заслуживают методы робастной оптимизации, предполагающие введение дополнительных «жестких» ограничений, за счет которых происходит сужение допустимого множества решений и, как следствие, нивелируется ожидаемый риск. Подробнее данный подход рассмотрен в работах А. Самарова [10], А. Немировского [11], Ф. Фабоцци [12], а также Й. Джанг, К. Ли, С. Гуо [13]. Последние, помимо робастной оптимизации, предлагают использовать методы динамического программирования, линейно-квадратичного управления и нечеткой (fuzzy) оптимизации.

Еще одним способом, посредством которого можно частично преодолеть указанные выше недостатки модели, является выбор альтернативной меры риска. Под риском в теории инвестиций понимают волатильность доходности портфеля, которая в модели Марковица определяется дисперсией или среднеквадратическим отклонением [5]. Однако в случае, когда доходность распределена ненормально, использование данной меры для оценки риска может привести к неадекватным результатам [9]. Дело в том, что дисперсия учитывает не только отрицательные, но и положительные отклонения от ожидаемой доходности. В связи с этим неоправданно происходит увеличение риска, а значит, и снижение

привлекательности инвестиций. Во избежание подобной проблемы некоторые исследователи, в частности А. Шейх, рекомендуют использовать альтернативные меры риска, такие как вероятность «недобора» (оценка левой части распределения), частичные моменты низких порядков (средний недобор) и полудисперсию, позволяющие учитывать только нежелательные отклонения доходности [14].

Несмотря на то, что описанные выше методы позволяют в той или иной мере нивелировать слабые стороны модели Марковица, вопрос улучшения качества (точности) входных параметров и устойчивости результатов оптимизации до сих пор остается открытым. Конструктивный подход к его решению реализуется в рамках факторных моделей.

Таким образом, применение модели Марковица, предложенной более 60 лет назад, по-прежнему представляет исследовательский интерес.

Список литературы:

1. Sharpe W. F. Capital asset Prices: A theory of market Equilibrium under conditions of Risk // *Journal of Finance*. 1964. Vol. 19. Pp. 425–442.
2. Ross S. Return, Risk and Arbitrage In: *Risk and Return in Finance* // I. Friend and J. Bicksler (eds.). Ballinger, Cambridge, 1976. Pp. 189–217.
3. Black F. The Pricing of Options and Corporate Liabilities / F. Black, M. Scholes // *Journal of Political Economy*. 1973. Vol. 81. No. 3. Pp. 637–654.
4. Box G. E. Time Series Analysis Forecasting and Control, 3rd ed. /G. E. Box, G. M. Jenkins, G. C. Reinsel; Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1994. 321 p.
5. Markowitz H. M. Portfolio Selection // *Journal of Finance*. 1952. No. 1. Pp. 71–91.
6. Ivanova M. Application of Markowitz portfolio optimization on Bulgarian stock market from 2013 to 2016 / M. Ivanova, L. Dospatliev // *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 2017. Pp. 291–307.
7. Vijū C. Portofolio optimization using Markowitz model: an application to the Bucharest stock exchange / C. Vijū C., G. Baourakis, G. [et al.]. 2004. Pp. 229–251.

8. Nikitina T. V., Skalaban M. P. Investment Portfolio Modelling on the Russian Stock Market // Proceedings of the 37th International Business Information Management Association Conference (IBIMA): “Innovation Management and information Technology impact on Global Economy in the Era of Pandemic” (30–31 May 2021 Cordoba, Spain), 2021. Pp. 1945–1953.
9. Скалабан М. П. Применение математических методов в финансовых инвестициях // Синтез науки и образования как механизм перехода к постиндустриальному обществу. Сборник статей Международной научно-практической конференции (Воронеж, 27 апреля 2022 г.), 2022. С. 86–89.
10. Lauprete, G. Robust Portfolio Optimization / G. Lauprete, A. Samarov, R. Welsch, R. // *Metrika*. 2002. No.55. Pp. 139–149.
11. Ben-Tal A. Robust Optimization / A. Ben-Tal, E. Laurent, A. Nemirovski; Princeton University Press, 2009. 519 p.
12. Fabozzi F. J. Robust portfolio optimization / F. J. Fabozzi, P. N. Kolm, D. Pachamanova; Wiley, Hoboken, New Jersey. 2007. 473 p.
13. Zhang Y. Portfolio selection problems with Markowitz’s mean–variance framework: a review of literature. *Fuzzy Optimization and Decision Making* / Y. Zhang, X. Li, S. Guo; Springer. 2018. Vol. 17(2). Pp. 125–158.
14. Sheikh A. Z. Non-Normality of Market Returns: A Framework for Asset allocation Decision-Making / A. Z. Sheikh, H. Qiao // *The Journal of Alternative Investments*. Winter, 12. 2010. Pp. 8–35.

References:

1. Sharpe W. F. Capital asset Prices: A theory of market Equilibrium under conditions of Risk // *Journal of Finance*. 1964. Vol. 19. Pp. 425–442.
2. Ross S. Return, Risk and Arbitrage In: *Risk and Return in Finance* // I. Friend and J. Bicksler (eds.). Ballinger, Cambridge, 1976. Pp. 189–217.
3. Black F. The Pricing of Options and Corporate Liabilities / F. Black, M. Scholes // *Journal of Political Economy*. 1973. Vol. 81. No. 3. Pp. 637–654.
4. Box G. E. Time Series Analysis Forecasting and Control, 3rd ed. /G. E. Box, G. M. Jenkins, G. C. Reinsel; Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1994. 321 p.
5. Markowitz H. M. Portfolio Selection // *Journal of Finance*. 1952. No. 1. Pp. 71–91.
6. Ivanova M. Application of Markowitz portfolio optimization on Bulgarian stock market from 2013 to 2016 / M. Ivanova, L. Dospatliev // *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 2017. Pp. 291–307.
7. Viju C. Portofolio optimization using Markowitz model: an application to the Bucharest stock exchange / C. Viju C., G. Baourakis, G. [et al.]. 2004. Pp. 229–251.
8. Nikitina T. V., Skalaban M. P. Investment Portfolio Modelling on the Russian Stock Market // Proceedings of the 37th International Business Information Management Association Conference (IBIMA): “Innovation Management and information Technology impact on Global Economy in the Era of Pandemic” (30–31

May 2021 Cordoba, Spain), 2021. Pp. 1945–1953.

9. Skalaban M. P. Application of mathematical methods in financial investments // Synthesis of science and education as a mechanism for transition to a post-industrial society. Collection of articles of the International Scientific and Practical Conference (Voronezh, April 27, 2022), 2022. Pp. 86–89.

10. Lauprete, G. Robust Portfolio Optimization / G. Lauprete, A. Samarov, R. Welsch, R. // Metrika. 2002. No.55. Pp. 139–149.

11. Ben-Tal A. Robust Optimization / A. Ben-Tal, E. Laurent, A. Nemirovski; Princeton University Press, 2009. 519 p.

12. Fabozzi F. J. Robust portfolio optimization / F. J. Fabozzi, P. N. Kolm, D. Pachamanova; Wiley, Hoboken, New Jersey. 2007. 473 p.

13. Zhang Y. Portfolio selection problems with Markowitz's mean–variance framework: a review of literature. Fuzzy Optimization and Decision Making / Y. Zhang, X. Li, S. Guo; Springer. 2018. Vol. 17(2). Pp. 125–158.

14. Sheikh A. Z. Non-Normality of Market Returns: A Framework for Asset allocation Decision-Making / A. Z. Sheikh, H. Qiao // The Journal of Alternative Investments. Winter, 12. 2010. Pp. 8–35.